

## MODELIRANJE FUNKCIONALNIH KARAKTERISTIKA PLANETARNIH GEROTOR PUMPI

Lozica Ivanović<sup>1</sup>), Blaža Stojanović<sup>1</sup>), Andreja Ilić<sup>1</sup>), Ivan Miletić<sup>1</sup>)

---

Kategorizacija rada: ORIGINALAN NAUČNI RAD

ADRESA:

1) Mašinski fakultet, Sestre Janjić 6,  
34000 Kragujevac

---

**REZIME:** U radu je razvijen matematički model funkcionalnih karakteristika gerotor pumpe. U prvom delu rada opisane su geometrijske i kinematske karakteristike trohoidnog ozubljenja, a zatim je razmatrana raspodela radnog fluida i definisane su karakteristične faze u radnom ciklusu pumpe. To je omogućilo izvođenje jednačina za određivanje trenutnog protoka i radne zapremine pumpe. Data je detaljna analiza promene zapremine radnih komora u toku radnog procesa pumpe, kao i određivanje veličine ugaonih pomeranja radnih elemenata do uspostavljanja karakterističnih zona u toku radnog ciklusa. Razvijen matematički model je testiran variranjem konstrukcionih parametara. Na osnovu analize dobijenih rezultata identifikovane su relevantne veličine koje imaju uticaja na pulzacije i neravnomernost protoka pumpi i date su preporuke za izbor parametara pri konstruisanju navedenih pumpi.

**Ključne reči:** gerotor, trohoidno ozubljenje, radna zapremina, protok

### 1. UVOD

Gerotor predstavlja mehanizam sa unutrašnjim trohoidnim ozubljenjem koji je 1906. god. realizovao Myron F. Hill. Sam naziv GEROTOR je izveden iz fraze GEnenerated ROTOR, i opisuje matematičku proceduru za generisanje peritrohoidnog profila unutrašnjeg zupčanika kružnim lukom spoljašnjeg profila. Od tada do danas, gerotor pumpe nalaze svoje primene, pre svega, u hidrauličnim upravljačkim sistemima poljoprivrednih i građevinskih mašina. Gerotor se može primeniti u svim slučajevima gde su trenutno primenjene zupčaste pumpe sa spoljašnjim ozubljenjem, zupčaste pumpe sa unutrašnjim ozubljenjem ili krilne pumpe: u sistemima za hlađenje, podmazivanje i transfer tečnosti.

Gerotorske pumpe pripadaju grupi planetarnih rotacionih pumpi i imaju brojne prednosti u odnosu na druge rotacione pumpe. Neke od prednosti su jednostavna konstrukcija i mogućnost raznovrsne primene. Kod planetarnih rotacionih pumpi unutrašnji zupčanik ima ulogu rotora, dok

spoljašnji zupčanik odgovara statoru. U toku rada pumpe, zahvaljujući specifičnoj geometriji profila ozubljenja, ostvaruje se neprekidni kontakt svih zubaca, čime je omogućeno neophodno razdvajanje zona visokog i niskog pritiska. U toku rada pumpe, zupci rotora imaju ulogu potiskujućih elemenata (klipova), dok komore (prostor između profila spoljašnjeg i unutrašnjeg zupčanika) odgovaraju cilindrima. Pri tome, radna zapremina komora se periodično povećava i smanjuje, a one su naizmenično u vezi sa usisnim ili potisnim vodom [1]. Jednokratna promene zapremine komore od minimalne do maksimalne vrednosti se označava kao jedan radni ciklus [2]. Zahvaljujući specifičnoj konstrukciji pumpe, pri jednom obrtaju vratila izvrši se više radnih ciklusa.

U cilju dobijanja visokog nivoa funkcionalnih karakteristika pumpe, neophodno je da se u procesu konstruisanja sagleda uticaj velikog broja različitih parametara na izlazne karakteristike pumpe. Prema tome, osnova istraživanja u ovom radu bila bi identifikacija uticaja izmene geometrijskih parametara profila radnih elemenata gerotor pumpi

na zapreminske karakteristike, putem savremene analize bazirane na modeliranju i simulaciji.

## 2. MATEMATIČKI MODEL OZUBLJENJA GEROTOR PUMPE

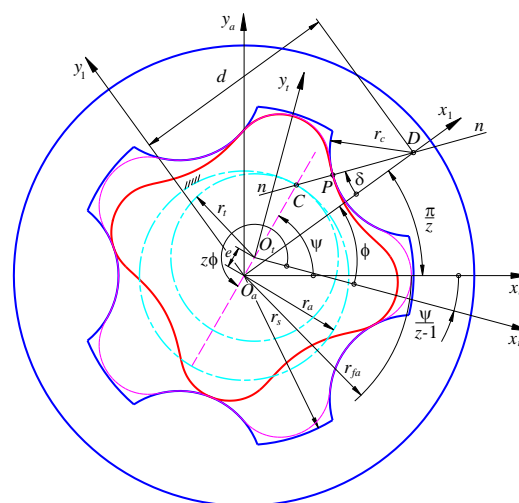
U radu se razmatra ozubljenje zupčastog para trohoidne pumpe, kod kojeg je profil unutrašnjeg zupčanika opisan ekvidistantom peritrohoide, a spoljašnjeg kružnim lukom poluprečnika  $r_c$ . Na slici 1 prikazani su geometrijski odnosi pri generisanju peritrohoide na osnovu kojih su izvedene jednačine koordinata tačke dodira  $P$  u sledećem obliku [3]:

$$\begin{aligned} x_i &= e[\cos z\phi + \lambda z \cos \phi - c \cos(\phi + \delta)] \\ y_i &= e[\sin z\phi + \lambda z \sin \phi - c \sin(\phi + \delta)] \end{aligned} \quad (1)$$

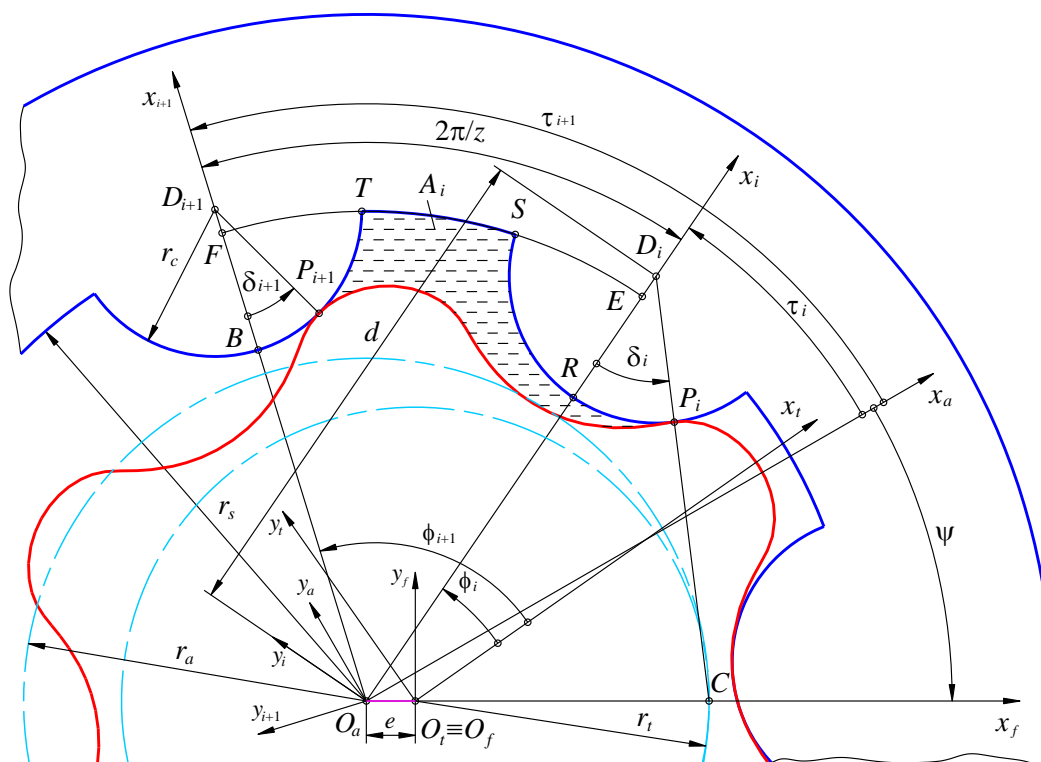
pri čemu su:  $z$  je broj zuba spoljašnjeg zupčanika,  $e$  je ekscentricitet (rastojanje između središta spoljašnjeg i unutrašnjeg zupčanika),  $\lambda$  je koeficijent trohoide i određen je izrazom  $\lambda = d/ez$ , u kome je  $d$  udaljenje generišuće tačke  $D$  od središta spoljašnjeg zupčanika,  $c$  je koeficijent ekvidistante,  $c = r_c/e$ ,  $\phi$  je ugao rotacije koordinatnog sistema trohoide,  $\delta$  je ugao zahvata [4-7].

Za određivanje ugla  $\delta$  koristi se sledeći izraz:

$$\delta = \arctan \frac{\sin(z-1)\phi}{\lambda + \cos(z-1)\phi} \quad (2)$$



Slika 1. Generisanje trohoidnog ozubljenja



Slika 2. Šematski prikaz zupčastog para trohoidne pumpe i osnovnih geometrijskih veličina odnosi za određivanje trenutne površine preseka komore

Polazeći od jednačina (1), koje važe za ugaoni interval  $\phi_1 = \left[0, \frac{2\pi}{z}\right]$  i geometrijskih veza između uglova rotacije elemenata trohoidnog zupčastog para, što je prikazano na slici 2, koordinate tačke dodira  $P_i$  u koordinatnom sistemu trohoide mogu da se napišu u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} x_{ii} &= e[\cos z\phi_i + \lambda z \cos \phi_i - c \cos(\phi_i + \delta_i)] \\ y_{ii} &= e[\sin z\phi_i + \lambda z \sin \phi_i - c \sin(\phi_i + \delta_i)] \end{aligned} \quad (3)$$

U jednačini (3)  $\phi_i$  je ugao između osa  $x_i$  i  $x_i$  i određen je izrazom

$$\phi_i = \tau_i + \frac{\psi}{z-1}, \quad (4)$$

gde je  $\psi$  referentni ugao rotacije koji osa  $x_a$  zaklapa sa osom  $x_f$ , a  $\tau_i$  je ugao između osa  $x_a$  i  $x_i$  koji je definisan izrazom

$$\tau_i = \frac{\pi(2i-1)}{z}. \quad (5)$$

Analogno tome je

$$\phi_{i+1} = \frac{\pi(2i+1)}{z} + \frac{\psi}{z-1} \quad (6)$$

i

$$\tau_{i+1} = \frac{\pi(2i+1)}{z}, \quad i=1, \dots, z. \quad (7)$$

Ugao zahvata  $\delta_i$  sada je određen u opštem obliku

$$\delta_i = \arctan \frac{\sin(\tau_i - \psi)}{\lambda - \cos(\tau_i - \psi)}. \quad (8)$$

Posle definisanja geometrije ozubljenja zupčastog para gerotorske pumpe i uspostavljanja osnovnog kinematskog modela omogućen je proračun trenutne zapremine pumpe.

### 3. MATEMATIČKI MODEL PROTOKA GEROTOR PUMPI

Za proračun promene trenutne površine radne komore pumpe može da se primeni metoda, bazirana na metodama prezentiranim u referencama [4], [8].

Na slici 2 su dati geometrijski odnosi za određivanje površine  $A_i(\psi)$ . Tražena površina  $A_i$  se može izračunati prema sledećoj jednačini:

$$A_i = A_a - A_t + A_1 - A_2, \quad (9)$$

gde su:  $A_a$  je površinski segment  $O_a P_i S T P_{i+1}$  ograničen profilom obvojnice,  $A_t$  je površinski segment  $O_t P_i P_{i+1}$  ograničen profilom trohoide. U izrazu (9) sa  $A_1$  označena je površina trougla  $\Delta O_a O_t P_i$  koja je jednaka

$$A_1 = \frac{1}{2} e^2 [\lambda z \sin(\tau_i - \psi) - c \sin(\tau_i - \psi + \delta_i)], \quad (10)$$

$A_2$  je površina trougla  $\Delta O_a O_t P_{i+1}$  i jednaka je

$$A_2 = \frac{1}{2} e^2 [\lambda z \sin(\tau_{i+1} - \psi) - c \sin(\tau_{i+1} - \psi + \delta_{i+1})]. \quad (11)$$

Površina  $A_a$  se razmatra kao zbir površina geometrijskih elemenata (trouglova, kružnih isečaka i segmenata), koja može da se izračuna prema sledećoj jednačini:

$$A_a = A_3 + A_4 - A_5 - A_6 + A_7 - 2A_8 + 2A_9 - 2A_{10}, \quad (12)$$

gde su:  $A_3$  je površina kružnog isečka  $O_a E F$  i iznosi

$$A_3 = \frac{r_s^2 \pi}{z}, \quad (13)$$

$A_4$  je površina trougla  $\Delta O_a P_i D_i$  koja iznosi

$$A_4 = \frac{1}{2} e^2 \lambda c \sin \delta_i, \quad (14)$$

$A_5$  je površina trougla  $\Delta O_a P_{i+1} D_{i+1}$  jednaka

$$A_5 = \frac{1}{2} e^2 \lambda c \sin \delta_{i+1}, \quad (15)$$

$A_6$  je površina kružnog isečka  $P_i D_i R$  koja je jednaka

$$A_6 = \frac{1}{2} e^2 c^2 \delta_i, \quad (16)$$

$A_7$  je površina kružnog isečka  $P_{i+1} D_{i+1} T$  i jednaka je

$$A_7 = \frac{1}{2} e^2 c^2 \delta_{i+1}, \quad (17)$$

$A_8$  je površina kružnog isečka  $D_i R S$ , koja je jednaka površini kružnog isečka  $D_{i+1} B T$  i iznosi

$$A_8 = \frac{1}{2} e^2 c^2 \arccos \frac{c^2 + \lambda^2 z^2 - (r_s/e)^2}{2c\lambda z}, \quad (18)$$

$A_9$  je površina trougla  $\Delta O_a D_i S$ , koja je jednaka površini trougla  $\Delta O_a D_i T$

$$A_9 = \frac{1}{2} e^2 c \lambda z \left\{ 1 - \left[ \frac{c^2 + \lambda^2 z^2 - (r_s/e)^2}{2c\lambda z} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (19)$$

$A_{10}$  je površina kružnog isečka  $O_a E S$ , koja je jednaka površini kružnog isečka  $O_a F T$

$$A_{10} = \frac{1}{2} r_s^2 \arccos \frac{(r_s/e)^2 + \lambda^2 z^2 - c^2}{2\lambda z (r_s/e)}. \quad (20)$$

Površina  $A_t$  se izračunava kao površina isečka, koji je ograničen krivom linijom definisanom u parametarskom obliku, uz pomoć obrasca:

$$A_t = \frac{1}{2} \int_{\phi_i}^{\phi_{i+1}} \left( x_t \frac{dy_t}{d\phi} - y_t \frac{dx_t}{d\phi} \right) d\phi, \quad (21)$$

pri čemu su koordinate tačke trohoidnog profila definisane jednačinama (1), a parametar je generišući ugao trohoide  $\phi_i$ .

Polazeći od jednačina (1), njihovim diferenciranjem i sređivanjem izraza pod integralom dobija se:

$$A_t = \frac{1}{2} e^2 \int_{\phi_i}^{\phi_{i+1}} f(\phi) d\phi, \quad (22)$$

gde je

$$f(\phi) = z + \lambda^2 z^2 + c^2(1 + \delta') - c\lambda z(2 + \delta')\cos\delta + \lambda z(z+1)\cos(z-1)\phi - c(z+1 + \delta')\cos[(z-1)\phi - \delta] \quad (23)$$

U jednačini (23)  $\delta' = \frac{d\delta}{d\phi}$  se dobija diferenciranjem

jednačine (2).

Rešavanjem integrala dobija se sledeći izraz:

$$A_t = e^2 \pi \left( 1 + \lambda^2 z + \frac{c^2}{z} \right) + \frac{1}{2} e^2 (c^2 \delta - \sin \delta) + \frac{1}{2} e^2 \left[ \frac{\lambda z(z+1)}{(z-1)} \sin(z-1)\phi \right] \Big|_{\phi_i}^{\phi_{i+1}} - \frac{1}{2} e^2 c \int_{\phi_i}^{\phi_{i+1}} f_1(\phi) d\phi \quad (24)$$

gde je

$$f_1(\phi) = 2\lambda z \cos\delta + (z+1 + \delta')\cos[(z-1)\phi - \delta] \quad (25)$$

Kada se uspostavi veza između uglova  $\phi_i$  i  $\psi$ , preko izraza (4), i izvrše određene transformacije, dobija se konačan izraz za proračun trenutne površine radne komore:

$$A_i = e^2 \left\langle \frac{\pi}{z} (s^2 - z - \lambda^2 z^2 - c^2) - c^2 \arccos \frac{c^2 + \lambda^2 z^2 - s^2}{2c\lambda z} + c\lambda z \left\{ 1 - \left[ \frac{c^2 + \lambda^2 z^2 - s^2}{2c\lambda z} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - r_s^2 \arccos \frac{s^2 + \lambda^2 z^2 - c^2}{2\lambda z s} - \frac{\lambda z^2 e^2}{z-1} \sin(z-1)\phi \Big|_{\phi_i}^{\phi_{i+1}} + ce^2 z \int_{\phi_i}^{\phi_{i+1}} [1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos(z-1)\phi]^{\frac{1}{2}} d\phi \right\rangle, \quad (26)$$

gde je  $s = r_s/e$ .

Kada se izvrši diferenciranje  $\frac{dA_i}{dt}$  i izrazi u funkciji referentnog ugla  $\psi$ , dobija se jednačina za proračun trenutne zapremine radne komore:

$$\frac{dV_i}{dt} = \omega_t b e^2 z^2 \left\{ 2\lambda \sin \frac{\pi}{z} \sin \left( \frac{2\pi i}{z} - \psi \right) - \frac{c}{z} [1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(\tau - \psi)]^{\frac{1}{2}} \Big|_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \right\}, \quad (27)$$

gde je  $\omega_t$  ugaona brzina unutrašnjeg rotora. Sada se može napisati izraz za proračun trenutnog protoka u sledećem obliku:

$$Q = \sum_{i=p}^q \frac{dV_i}{dt}, \quad (28)$$

gde su  $p, q$  indeksi početne i krajnje komore koje se istovremeno nalaze u fazi potiska (Tabela 1).

Za proračun radne zapremine rotacione pumpe, koja predstavlja teorijski protok za jedan obrtaj vratila, može da se napiše sledeća formula [8-11]:

$$Q = -be^2 z^3 \sum_{i=p}^q \left[ 2\lambda \sin \frac{\pi}{z} \int_0^{\frac{2\pi}{z}} \sin \left( \frac{2\pi i}{z} - \psi \right) d\psi - \frac{c}{z} \int_0^{\frac{2\pi}{z}} [1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(\tau - \psi)]^{\frac{1}{2}} \Big|_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} d\psi \right] \quad (29)$$

Zbog složenosti prethodnog izraza radna zapremina pumpe može da se odredi iterativnim putem, primenom numeričkih metoda i odgovarajućih, softverskih paketa.

Tabela 1. Raspodela faza komora pumpe sa neparnim,  $N = (z-1)/2$ , i parnim,  $N = z/2$ , brojem komora  $z$  i negativan smer rotacije unutrašnjeg zupčanika

Faza	Neparan broj komora $z$ , $\psi_0 = \frac{\pi}{z}$		Paran broj komora $z$ , $\psi_0 = \frac{2\pi}{z}$		
	$\psi$	Komore u potisnoj zoni	Komore u usisnoj zoni	Faza	
I	$0 < \psi < \psi_0$	$K_1, K_2, \dots, K_N$	$K_{N+1}, K_{N+2}, \dots, K_z$	I	
II	$\psi_0 < \psi < 2\psi_0$	$K_1, K_2, \dots, K_N, K_{N+1}$	$K_{N+2}, K_{N+3}, \dots, K_z$	II	
III	$2\psi_0 < \psi < 3\psi_0$	$K_2, K_3, \dots, K_{N+1}$	$K_{N+2}, K_{N+3}, \dots, K_z, K_1$		
IV	$3\psi_0 < \psi < 4\psi_0$	$K_2, K_3, \dots, K_{N+1}, K_{N+2}$	$K_{N+3}, K_{N+4}, \dots, K_z, K_1$	III	
⋮	⋮	⋮	⋮		
$2(N+1)$	$z\psi_0 < \psi < (z+1)\psi_0$	$K_{N+1}, K_{N+2}, \dots, K_z$	$K_1, K_2, \dots, K_N$	$\frac{z\psi_0}{2} < \psi < \left(\frac{z}{2}+1\right)\psi_0$	$N+1$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$2(2N+1)$	$2z\psi_0 < \psi < (2z+1)\psi_0$	$K_1, K_2, \dots, K_N$	$K_{N+1}, K_{N+2}, \dots, K_z$	$z\psi_0 < \psi < (z+1)\psi_0$	$2N+1$

*/Napomena: za  $\psi=0, \psi_0, 2\psi_0$ , komore  $K_z, K_{N+1}, K_1$ , respektivno, za neparno  $z$  i komore  $K_z$  i  $K_N, K_{N+1}$  i  $K_1, K_{N+2}$  i  $K_2$ , respektivno, za parno  $z$ , su u neutralnom položaju (uspostavljene su mrtve zone) /*

Kao mera neravnomernosti protoka uvodi se koeficijent neravnomernosti protoka  $\delta_q$ , koji karakteriše odnos promene trenutnog protoka i njegove srednje vrednosti:

$$\delta_q = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_{sr}}, \quad (30)$$

gde su:  $Q_{\max}$  i  $Q_{\min}$  maksimalna i minimalna vrednost trenutnog protoka,  $Q_{sr}$  srednja vrednost trenutnog protoka.

Srednja vrednost trenutnog protoka se definiše kao planimetrijski protok po uglu rotacije, a analitički se određuje prema sledećem obrascu [4]:

$$Q_{sr} = \frac{z \sum_{i=p}^q \int_0^z \frac{dV_i}{d\psi} d\psi}{2\pi}. \quad (31)$$

#### 4. TESTIRANJE MATEMATIČKOG MODELA PROTOKA PUMPE

Za uporednu analizu pumpi sa različitim dimenzijama uvodi se bezdimenzijski parametar

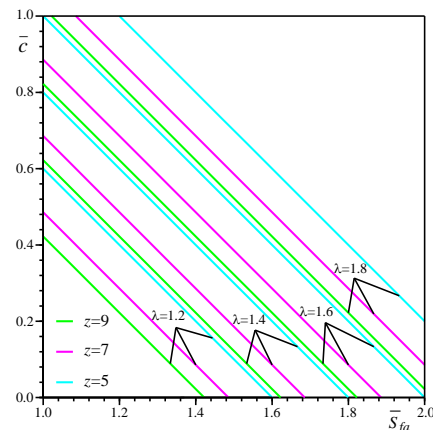
$$\bar{S}_{fa} = \frac{r_{fa}}{ez}, \quad (32)$$

pri čemu je  $r_{fa}$  poluprečnik podnožnog kruga obvojnice modifikovanog profila trohoide. Osim toga, za grafičku interpretaciju su uvedeni sledeći

bezdimenzijski parametri:  $\bar{c} = \frac{r_c}{ez}$ ,  $\bar{V}_i = \frac{V_i}{e^2 z^2 b}$  i

$\bar{q} = \frac{q}{e^2 z^2 b}$ . Za datu vrednost parametra  $\bar{S}_{fa}$  i broj

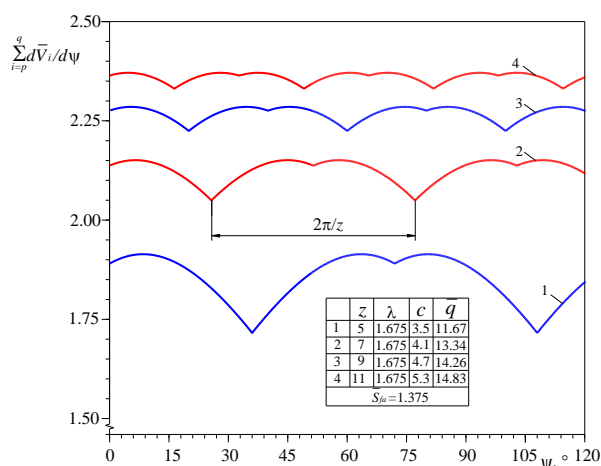
komora  $z$  potrebno je izabrati odgovarajuće vrednosti parametara  $\lambda$  i  $c$ . U tom cilju nacrtan je dijagram za izbor navedenih parametara koji je prikazan na slici 3.



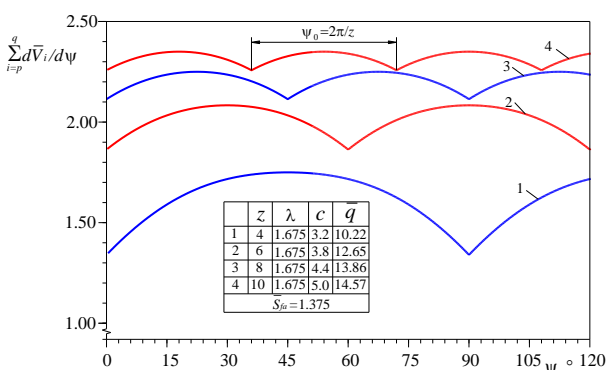
Slika 3. Dijagram za izbor parametara pumpe za datu vrednost parametra  $\bar{S}_{fa}$ , različite brojeve zuba i istu vrednost koeficijenta  $\lambda$

Na osnovu razvijenog matematičkog modela geometrijskog protoka pumpe, napravljen je kompjuterski program, sastavljen iz više modula [8]. Programi su testirani za izabrane vrednosti ulaznih parametara, a rezultati su dati u obliku dijagrama

pulzacije protoka u zavisnosti od referentnog ugla rotacije  $\psi$ .

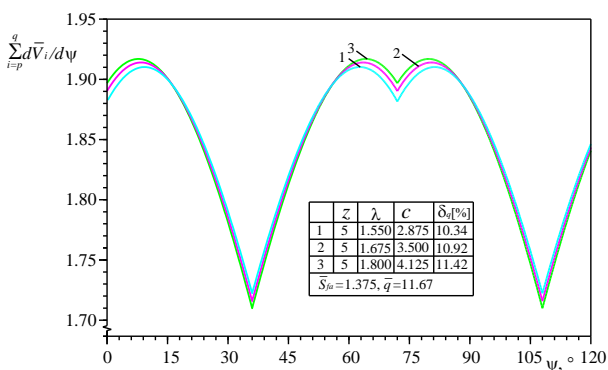


Slika 4. Dijagram pulzacije trenutnog protoka pumpi sa neparnim brojem komora  $z$



Slika 5. Dijagram pulzacije trenutnog protoka pumpi sa parnim brojem komora  $z$

Na slikama 4 i 5 su dati dijagrami oscilacija (pulzacija) protoka trohoidnih pumpi sa različitim brojevima komora u zavisnosti od referentnog ugla rotacije  $\psi$ , pri istim vrednostima koeficijenta trohoida  $\lambda$  i parametra  $\bar{S}_{fa}$ .



Slika 6. Uporedni dijagrami pulzacije trenutnog protoka pumpi sa istim brojem komora i sa istim parametrom  $\bar{S}_{fa}$

Na osnovu geometrijske interpretacije pulzacije protoka pumpi sa istim parametrom  $\bar{S}_{fa}$  mogu da se izvedu sledeći zaključci:

- pumpe sa parnim brojem komora imaju veće pulzacije protoka,
- pri većem broju komora pulzacije su manje

Na osnovu dijagrama datih na slici 6 i izračunatih vrednosti za koeficijent neravnomernosti protoka, izraženih u procentima, može se zaključiti da je kod pumpi sa istim brojem komora i sa istim parametrom  $\bar{S}_{fa}$ , pri većim vrednostima koeficijenta  $\lambda$  veći i koeficijent neravnomernosti protoka pumpe, te se stoga preporučuju manje vrednosti koeficijenta  $\lambda$ .

## 5. ZAKLJUČAK

U cilju dobijanja funkcionalne zavisnosti koja bi omogućila projektovanje zupčastog para pumpe na osnovu datih polaznih podataka razvijen je matematički model zapreminskih karakteristika pumpe sa trohoidnim ozubljenjem. Matematički model je testiran, analizirani su dobijeni rezultati i identifikovane su relevantne veličine koje imaju uticaja na pulzacije protoka pumpi i neravnomernost protoka. Izvedeni su sledeći opšti zaključci:

- u cilju smanjenja pulzacija protoka preporučuje se neparan i veći broj komora pumpe;
- sa aspekta realizacije manjeg stepena neravnomernosti protoka preporučuju se manje vrednosti koeficijenta trohoida  $\lambda$ .

Matematički model, razvijen za definisanje funkcionalnih karakteristika razmatrane pumpe, može da posluži i kao osnova za rešavanje inverznog problema, tj. određivanje geometrijskih parametara ozubljenja primenjenog zupčastog para na osnovu zahteva za realizacijom potrebnog protoka pumpe i gabaritnih dimenzija.

## 6. LITERATURA

- [1] Babić, M., Stojković, S., *Osnove turbomašina*, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [2] Bašta, T. M., *Mašinska hidraulika*, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
- [3] Savelov, A.A., *Ploskie krivie*, Fizmatgiz, Moskva, 1960.
- [4] Maiti, R., Sinha, G. L., *Limits on modification of epitrochoid used in rotary piston machines and the effects of modification on geometric volume displacement and ripple*, Ingenieur-Archiv 60, pp. 183-194, 1990.

- [5] Beard, J. E., Yannitell, D. W., Pennock, G. R., *The effects of the generating pin size and placement on the curvature and displacement of epitrochoidal gerotors*, Mechanism and Machine Theory 27 (4), pp. 373-389, 1992.
- [6] Fabiani, M., Mancò, S., Nervegna, N., Rundo, Armenio, M. G., Pachetti, C., Trichilo, R., *Modelling and Simulation of Gerotor Gearing in Lubricating Oil Pumps*, SAE paper 99P-464
- [7] Ivanović, L., Josifović, D., Devedžić, G., *Computer generating of modified trochoidal profile of gerotor*, 5<sup>th</sup> International Conference "Research and Development in Mechanical Industry" RaDMI 2005, Vrnjačka Banja, pp. 617-624, 2005.
- [8] Ivanović, L., *Identifikacija optimalnog oblika trohoidnog profila zupca elemenata rotacionih pumpi*, Doktorska disertacija, Mašinski fakultet u Kragujevcu, Kragujevac, 2007.
- [9] Ivanović, L., Josifović, D., *Methodology for selection of the optimal trochoidal gear tooth profile at the lubricating pumps*, International Journal for Vehicle Mechanics, Engines and Transportation Systems, Volume 34, Number 4, pp. 35-44, 2008, ISSN 1450-5304
- [10] Ivanović, L., Devedžić, G., Mirić, N., Ćuković, S., *Analysis of forces and moments in the gerotor pumps*, Proc. Instn Mech. Engrs, Part C: J. Mechanical Engineering Science, Volume 224, Number 10, pp. 2257-2269, 2010, DOI: 10.1243/09544062JMES2041,
- [11] Ivanović, L., Blagojević, M., Devedžić, G., Assoul, Y., *Analytical and Numerical Analysis of Load Gerotor Pumps*, Scientific Technical Review, Vol. 60, No 1, pp. 30-38, 2010, ISSN 1820-0206
- 

#### MODELING OF THE FUNCTIONAL CHARACTERISTICS OF PLANETARY GEROTOR PUMPS

**Abstract:** *In this paper, a mathematical model of functional characteristics of gerotor pumps is developed. The first part describes the geometric and kinematic characteristics of trochoidal gearing, and then, the distribution of fluid are examined and, at the end, characteristic stages in the working cycle of the pump are defined. This methodology allowed obtaining of the equation for determining the flow rate and the pump displacement. A detailed analysis of the volume variations of the pump chambers during the working process is presented, as well as determination of the angular displacement value of working elements till formation of the characteristic zones during the cycle. The developed mathematical model was tested by varying the design parameters. The evaluations of the obtained results identify the influential variables to the pulsation and uneven flow of pumps, so as provide recommendations for the selection of pumps' design parameters.*

**Key words:** *gerotor, trochoidal gearing, pump displacement, flow*

---

