

ODREĐIVANJE TEORIJSKOG PROTOKA KRILNE PUMPE SA EKSCENTRIČNO POSTAVLJENIM ROTOROM

DETERMINATION OF VANE PUMP THEORETICAL FLOW

Gordić, D.¹, Jovičić, N.², Babić, M.³, Vulović, R.⁴

REZIME

U ovom radu je prikazana metodologija izvođenja matematičkih izraza za određivanje teorijskog protoka krilnih pumpi sa ekscentrično postavljenim rotorom (sa radialno postavljenim krilcima). Slična metodologija bi se koristila i za izvođenje izraza za krilne pumpe sa centrično postavljenim rotorom. Zbog složenosti navedenih izraza, izračunavanje teorijskog protoka jedne izabrane krilne pumpe, obavljeno je numerički, korišćenjem programskog paketa MATLAB. Numerički je analizirana promena teorijskog zapreminskog protoka sa promenom pojedinih konstruktivnih parametara pumpe kao što su npr. ugao položaja krilca, broj krilaca, debljina krilca, širina rotora i ekscentricitet. Na osnovu analize pomenutih numeričkih rezultata, date su preporuke za izbor parametara pri konstruisanju navedenih pumpi.

Ključne reči: hidraulika, zapreminske pumpe, krilne pumpe, teorijski protok

SUMMARY

The methodology for the derivation of mathematical expressions for theoretical volumetric flow of vane pumps (hydraulically unbalanced with radial positioned vanes) is presented in this paper. Similar methodology could be applied for the volumetric flow of balanced vane pumps. Determination of volumetric flow of a selected vane pump is performed numerically using MATLAB program package, due to complexity of the mathematical expressions. Variation of volumetric flow with the change of different constructive parameters, such as: vane angle position, number of vanes, vane thickness, rotor width and eccentricity is numerically analysed. Upon the analyses, recommendations for the selection of pump design parameters are given.

Key words: hydraulics, positive displacement pumps, vane pumps, volumetric flow

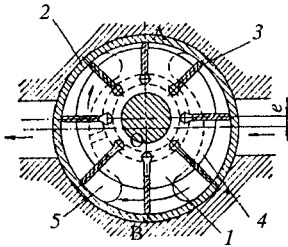
¹ Dr Dušan Gordić, docent, Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac, gordic@kg.ac.yu

² Dr Nebojša Jovičić, docent, Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac

³ Prof. dr Milun Babić, Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac

⁴ Radosav Vulović, dipl. inž., Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac

UVOD



Sl. 1. Krilna pumpa sa ekscentrično postavljenim rotorom

1 - rotor, 2 - statorski prsten, 3 - krilce, 4 - usisni otvor, 5 - potisni otvor, e - ekscentricitet,

Fig. 1. Hydraulic unbalanced vane pump

1 - rotor, 2 - cam ring, 3 - vane, 4 - suction port, 5 - pressure port, e - eccentricity, .

Pronalazak krilne pumpe sa centrično postavljenim rotorom 1925. godine od strane H. Vickersa, predstavljao je jednu od najznačajnijih prekretnica u razvoju tehnologije hidrauličnog prenosa snage. Nekoliko godina kasnije na tržištu su se pojavile i krilne pumpe sa ekscentrično postavljenim rotorom promenljivog protoka. Od tada do danas, veliki broj konstrukcijskih rešenja krilnih pumpi nalaze svoje primene u hidrauličnim sistemima prenosa snage različite namene, između ostalih i u sistemima prenosa snage poljoprivrednih mašina.

Krilne pumpe su rotacione pumpe u kojima su elementi za potiskivanje tečnosti izrađeni u obliku krilaca (ploča, lopatica), a radne komore (zapremine kojima se tečnost potiskuje iz usisne u potisnu komoru pumpe) su prostori između dva susedna krilca, doboša rotora, statorskog prstena i bočnih strana [1]. Prema konstrukciji mogu biti: sa krilcima u žljebovima statora i sa krilcima u žljebovima rotora. Krilne pumpe sa

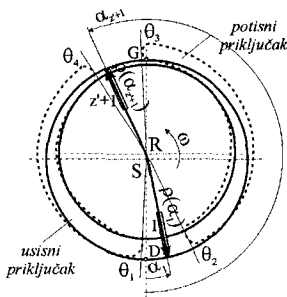
žljebovima u rotoru mogu biti: jednostrukog dejstva sa ekscentrično postavljenim rotorom u odnosu na statorski prsten (slika 1) i dvostrukog dejstva sa centrično postavljenim rotorom u eliptičnom, ili specijalno oblikovanom, statorskom prstenu [2].

MATEMATIČKI IZRAZI ZA ODREĐIVANJE TEORIJSKOG PROTOKA

Za izračunavanje srednjeg teorijskog protoka krilnih pumpi sa ekscentrično postavljenim rotorom i radijalno postavljenim krilcima u žljebovima rotora, u literaturi se može naći izraz [1], [3]:

$$I_t = 2 \cdot e \cdot b \cdot (2 \cdot R \cdot \pi - s \cdot z) \cdot \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad (1)$$

gde su: I_t [m³/s] teorijski protok pumpe, e [m] ekscentricitet pumpe, b [m] širina rotora, R [m] poluprečnik statora, s [m] debljina krilca, z [-] broj krilaca i ω [rad/s] ugaona brzina vratila pumpe. Navedena jednačina definiše izraz za približno izračunavanje srednjeg teorijskog protoka. Zbog zakretanja rotora, odnosno uvlačenja i izvlačenja krilaca koje zbog toga nastaje, stvarni (trenutni) teorijski protok biće promenljiv i razlikovaće se od protoka definisanog izrazom 1.



Sl. 2 Šematski prikaz preseka krilne pumpe sa priključnim otvorima

Fig. 2 Cross section of vane pump with ports

Teorijski protok na izlazu iz pumpe, jednak je promeni zapremina koje su u vezi sa izlaznim priključkom [4]. Za trenutni broj radnih komora koje su u vezi sa izlaznim (potisnim) priključkom - z' [-], može se, na osnovu oznaka sa slike 2, pisati sledeći izraz [5]:

$$z' = \left[\frac{z}{2} \right] + 1, \quad \text{za } \theta_2 < \alpha_1 < \theta_3 - \left[\frac{z}{2} \right] \cdot \alpha_g, \quad \text{tj.} \quad (2)$$

$$z' = \left[\frac{z}{2} \right], \quad \text{za } \theta_3 - \left[\frac{z}{2} \right] \cdot \alpha_g < \alpha_1 < \theta_2$$

gde su: θ_2 i θ_3 [°] uglovi postavljanja izlaznog priključka, α_1 [°] ugao položaja krilca najbližeg tački D u smeru obrtanja rotora (tzv. "prvog" krilca) i α_g [°] ugao između dva susedna krilca.

Uzimajući u obzir promenu navedenih radnih komora u jedinici vremena, za teorijski zapreminski protok može se pisati [5]:

$$I_i = \frac{\omega \cdot b}{2} \cdot \left(\rho(\alpha_1)^2 - \rho(\alpha_{z'+1})^2 - s \cdot \left(\frac{d\rho}{d\alpha}(\alpha_1) + \frac{d\rho}{d\alpha}(\alpha_{z'+1}) \right) \right), \quad (3)$$

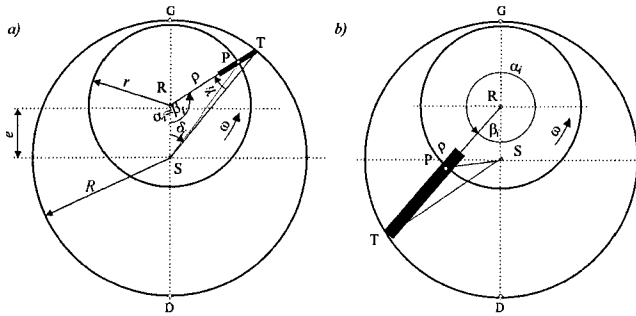
gde su ρ [m] rastojanje od centra rotora R do tačke dodira krilca sa unutrašnjom površinom statora (slika 3) i $\alpha_{z'+1}$ [°] ugao položaja " $z'+1$ " krilca.

Na slici 3 šematski je prikazano proizvoljno, " i -to" krilce, čiji je položaj određen uglom α_i merenim po rotoru u smeru rotacije od tačke D. Ako je položaj "prvog" krilca određen uglom

$\alpha_1 = \alpha$, onda će položaj "drugog" biti određen uglom $\alpha_2 = \alpha + \frac{360^\circ}{z}$; i tako redom do

"poslednjeg" krilca čiji je ugao $\alpha_z = \alpha + \frac{360^\circ}{z} \cdot (z-1)$. Ugao između dva susedna krilca je

$$\alpha_g = \frac{360^\circ}{z}.$$



Sl. 3. Šema zakretanja jednog krilca

Za određivanje rastojanja ρ proizvoljnog "i-tog" krilca, posmatra se trougao RST sa slike 3. Primenom sinusne teoreme, može se pisati:

$$\frac{R}{\sin \beta_i} = \frac{e}{\sin \gamma_i} = \frac{\rho}{\sin \delta_i}, \quad (4)$$

pri čemu je:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \alpha_i, & \text{za } \alpha_i \leq 180^\circ \text{ (slika 3 a),} \\ \beta_i &= 360^\circ - \alpha_i, & \text{za } \alpha_i \geq 180^\circ \text{ (slika 3 b).} \end{aligned} \quad (5)$$

Iz izraza (4), sledi da je:

$$\rho = R \cdot \frac{\sin \delta_i}{\sin \beta_i}. \quad (6)$$

Ugao δ_i kao ugao trougla RST je:

$$\delta_i = 180 - (\beta_i + \gamma_i). \quad (7)$$

Zamenom ove jednakosti u izraz (6), dobija se:

$$\rho = R \cdot \frac{\sin \beta_i \cdot \cos \gamma_i + \cos \beta_i \cdot \sin \gamma_i}{\sin \beta_i}. \quad (8)$$

Koristeći izraz (4), može se pisati:

$$\sin \gamma_i = \sin \beta_i \cdot \frac{e}{R}, \quad (9)$$

a pošto je ugao γ_i uvek oštar, i:

$$\cos \gamma_i = \sqrt{1 - \sin^2 \beta_i \cdot \frac{e^2}{R^2}}. \quad (10)$$

Zamenom izraza (9) i (10) u (8) dobija se:

$$\rho = R \cdot \left[\sqrt{1 - \sin^2 \beta_i \cdot \frac{e^2}{R^2}} + \cos \beta_i \cdot \frac{e}{R} \right], \quad (11)$$

odnosno, korišćenjem izraza (5) i nakon sređivanja:

$$\rho = R \cdot \sqrt{R^2 - e^2 \cdot \sin^2 \alpha_i} - e \cdot \cos \alpha_i \quad (12)$$

Ako nađemo izvod prethodnog izraza po uglu α_i dobićemo:

$$\frac{d\rho}{d\alpha_i} = -e \sin \alpha_i \left[1 + \frac{e \cos \alpha_i}{\sqrt{R^2 - e^2 \sin^2 \alpha_i}} \right] \quad (13)$$

Zamenom odgovarajućih vrednosti za uglove α_1 i α_{z+1} u izraze (13) i (12), i tako dobijenih vrednosti u jednačinu (3), dobio bi se konačan izraz za računanje teorijskog protoka ove krilne pumpe.

NUMERIČKO ODREĐIVANJE TEORIJSKOG PROTOKA

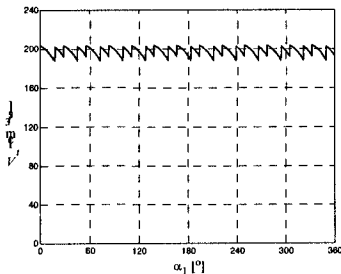
Oznaka	Vrednost	
R	27,5	mm
r	25	mm
s	1,59	mm
z	13	-
e	1,2	mm
b	25	mm
ω	1.200	o/min
θ_1	-3,5	°
θ_2	24,2	°
θ_3	183,5	°
θ_4	211	°

Tabela 1 Geometrijski podaci za numeričke proračune

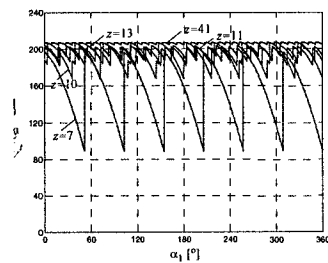
Table 1 Geometrical data for numerical calculations

Ovako dobijen izraz je relativno složen, pa je izračunavanje teorijskog protoka krilne pumpe sa radijalno postavljenim krilcima u žljebovima rotora u funkciji ugla položaja krilaca, najracionalnije obaviti pomoću računara. Za tu namenu u ovom radu je korišćen programski paket MATLAB. Numerički je određivan teorijski protok jedne model regulacione krilne pumpe, za koju su vrednosti fizičkih veličina korišćenih u numeričkim simulacijama prikazani u tabeli 1.

Funkcionalna zavisnost teorijskog protoka od ugla položaja krilca (prvog), prikazana je na slici 4. Može se zapaziti da se teorijski protok na izlazu iz pumpe menja sa okretanjem rotora i da se periodično ponavlja za ugao postavljanja dva susedna krilca. Srednja vrednost teorijskog protoka je oko 200 cm³/s. Ako bi se ista računala po literaturnom obrascu (1), dobila bi se nešto manja vrednost od 182,41 cm³/s.



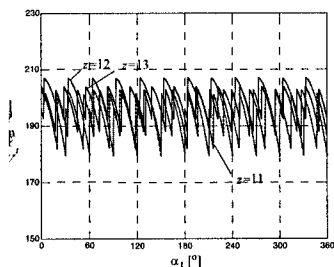
Slika 4 Zavisnost teorijskog protoka od ugla položaja "prvog" krilca
Figure 4 Dependence of theoretical flow on "first" vane position



Slika 5 Uticaj broja krilaca na teorijski protok
Figure 5 Influence of number of vanes on theoretical flow

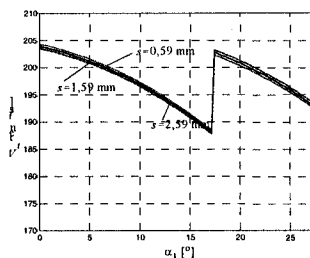
UTICAJ GEOMETRIJSKIH VELIČINA PUMPE NA TEORIJSKI PROTOK

U daljem delu rada je analizirana varijacija pojedinih konstruktivnih parametara pumpe na vrednost i karakter promene zapreminskog protoka. Na slikama 5 i 6 analiziran je uticaj broja krilaca. Smanjenjem broja krilaca povećava se stepen neravnomernosti protoka i obrnuto, stepen neravnomernosti protoka se smanjuje povećanjem broja krilaca. Sa slike 5 se vidi da je za broj krilaca $z=7$, promena vrednosti teorijskog protoka značajna. Značajnim povećanjem broja krilaca ($z=41$), promena teorijskog protoka postaje skoro zanemarljiva, ali se time se značajno usložnjava konstrukcija i povećava cena izrade pumpe. Na slici 6 su posebno analizirani protoci za tri različita, bliska broja krilaca - 11, 12, 13. Može se uočiti znatna neravnomernost protoka za $z=12$, čak veća nego za $z=11$, što opravdava preporuku upotrebe neparanog broja krilaca [6].



Slika 6 Uticaj broja krilaca na teorijski protok

Figure 6 Influence of number of vanes on theoretical flow

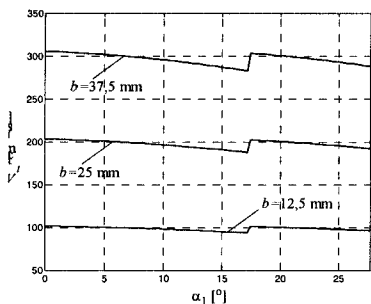


Slika 7 Uticaj debljine krilaca na teorijski protok

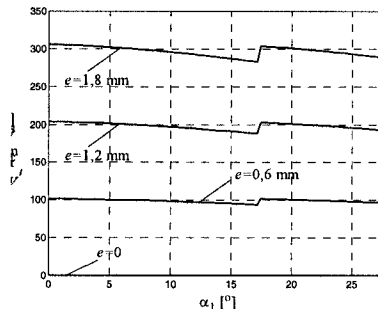
Figure 7 Influence of vane thickness on theoretical flow

Analiza uticaja debljine krilaca prikazana je na slici 7. Na slici je prikazana zavisnost teorijskog protoka samo za promenu ugla položaja krilca u intervalu $[0, \alpha_g]$. Varirane su debljine krilaca, pri čemu su svi ostali parametri nepromenjeni. Sa slike se jasno vidi da se povećanjem debljine krilaca posmatrane pumpe, teorijski protok neznatno smanjuje i, obrnuto, smanjenjem debljine krilaca teorijski protok se neznatno povećava.

Na sličan način su analizirani uticaji širine rotora b i ekscentriciteta e (slika 8 i 9). Povećanjem i jedne i druge veličine povećava se protok i obrnuto tj. smanjenjem jedne i druge veličine protok se smanjuje. Značaj promene ekscentriciteta je znatno veći, jer se njime može regulisati zapreminski protok kod jedne izvedene pumpe. Sa slike 9, vidi se da je za $e=0$ protok pumpe jednak nuli.



Slika 8 Uticaj širine rotora na teorijski protok
Figure 8 Influence of rotor width on theoretical flow



Slika 9 Uticaj ekscentriciteta na teorijski protok
Figure 9 Influence of eccentricity on theoretical flow

ZAKLJUČAK

U ovom radu su prikazani matematički izrazi za određivanje teorijskog protoka krilnih pumpi sa ekscentrično postavljenim rotorom (sa radijalno postavljenim krilcima). Zbog složenosti navedenih izraza, izračunavanje teorijskog protoka jedne izabrane krilne pumpe, obavljeno je numerički. Numerički je analizirana promena teorijskog zapreminskog protoka sa promenom pojedinih konstruktivnih parametara pumpe kao što su npr. ugao položaja krilaca, broj krilaca, debljina krilaca, širina rotora i ekscentricitet. Analiza je pokazala:

- ◆ da vrednost teorijskog protoka pumpe varira sa promenom ugla zakretanja rotora,
- ◆ da se srednja vrednost teorijskog protoka razlikuje u odnosu na vrednost računatu po približnom obrascu koji se najčešće može naći u literaturi (kod posmatrane model pumpe razlika je oko 9 %),
- ◆ da se smanjenjem broja krilaca povećava neravnomernost protoka pumpe i obrnuto,
- ◆ da značajnim povećanjem broja krilaca promena teorijskog protoka postaje skoro zanemarljiva,
- ◆ da je opravdana preporuka korišćenja neparnog broja krilaca, i
- ◆ da se promenom ekscentriciteta i širine rotora najznačajnije može varirati vrednost teorijskog protoka.

LITERATURA

- [1] Bašta T.M., *Mašinska hidraulika*, Mašinski fakultet Beograd, 1990.
- [2] Bogdanović B., Nikodijević D., Vilić A., *Hidraulički i hidromehanički prenosnici snage*, Mašinski fakultet Niš, 1999.
- [3] Vuković V., *Uvod u hidropneumatsku tehniku*, STYLOS, Novi Sad, 1998.
- [4] Eiichi Kojima, *Development of a Quieter Variable-Displacement Vane Pump for Automotive Hydraulic Power Steering System*, International Journal of Fluid Power 4 (2003), No. 2, pp 5-14
- [5] Okajima A., Shintani R., Ueno H., *Pressure and Flow Ripples of a Variable-Displacement Vane Pump*, Proceedings of the First JHPS International Symposium on Fluid Power, Tokyo, Japan, 1989., pp 139-145
- [6] Yeaple F., *Fluid Power Design Handbook*, Third Edition, Marcell Dekker, New York, 1996.

Rad primljen: 25.10.2004.

Rad prihvaćen: 01.11.2004.