

Nenad A. Grujović

NUMERIČKO REŠAVANJE KONTAKTNIH PROBLEMA

La première surface caressée par l'homme fut probablement la suivante... mais je suspecte qu'au départ (heureuse époque!) cette caresse n'avait rien de bien mathématique.

$$\begin{cases} x(u) = \frac{1}{2} \alpha(u) a(u, v) \{ |\sin v| + \sin v \} + \frac{1}{2} \beta(u) b(u, v) \{ |\sin v| - \sin v \} + c(u) \\ y(u, v) = \gamma(u) \cos v \\ z(u, v) = u, \end{cases}$$

où l'on a posé:

$$u_0 = 0 < u_1 < u_2 = 2u_1 < u_3 < u_4 < u_5 < u_6,$$

$$d_{i,j}(u) = \frac{1}{2} \left[\frac{|u_j - u| - |u_i - u|}{u_j - u_i} + 1 \right],$$

$$a(u, v) = 1 - d_{2,3}(u) + (1 + d_{2,3}(u) - d_{3,4}(u)) |\cos v|,$$

$$b(u, v) = 1 - d_{2,4}(u) + d_{3,4}(u) |\cos v|,$$

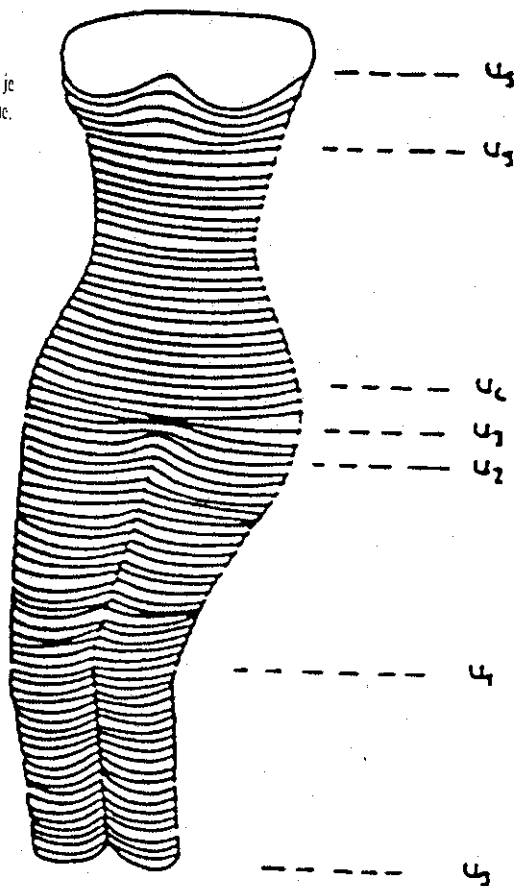
$$c(u) = \frac{1}{4} [u_1 - |u - u_1| + |u_1 - |u - u_1||],$$

et où $\alpha(u) > 0$, $\beta(u) > 0$, $\gamma(u) > 0$ sont des fonctions arbitraires de «corpulence» définies sur $]u_0, u_6[$ et à choisir en fonction des goûts personnels; par exemple:

$$\alpha(u) = \frac{2u_6 + 3u}{50},$$

$$\beta(u) = \alpha(u) + \frac{1}{5} u_6 (1 - d_{2,4}(u)) d_{2,4}(u),$$

$$\gamma(u) = \frac{1}{8} \frac{u - u_2}{u_6 - u_1} \left(2 \frac{u - u_2}{u_6 - u_1} - 3 \right) (u - u_1 + |u - u_1|) + \frac{u_6 + 4u}{20}$$



Nenad A. Grujović

NUMERIČKO REŠAVANJE KONTAKTNIH PROBLEMA

MAŠINSKI FAKULTET U KRAGUJEVCU

Kragujevac, 2005.

Izdavanje ove monografije u potpunosti je ostvareno kroz projekat Evropske Unije TEMPUS JEP CD-16156-2001.
Publication of this book was supported by European Commission through TEMPUS project JEP 16156-2001.

Nenad A. Grujović

Numeričko rešavanje kontaktnih problema

Recenzenti:

Dr Radovan Slavković, redovni profesor, Mašinski fakultet, Kragujevac

Dr Dejan Divac, dipl. građ. inž., naučni saradnik, Građevinski fakultet, Beograd,
Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Beograd

Odlukom Nastavno-naučnog veća Mašinskog fakulteta u Kragujevcu br. 01-2609/1 od
7.9.2006. god. odobreno da se štampa kao monografija.

Izdavač:

Centar za informacione tehnologije, Mašinski fakultet, Kragujevac

Za izdavača:

Dr Radovan Slavković, redovni profesor

Registar:

ISBN 86-80581-58-5

Tiraž:

100 primeraka

Korice:

Vladimir Milivojević, ilustracija: grafički prikaz jednačina čiji je autor Lagranž

Štampa:

Grafički atelje "Skver", Kragujevac

Preštampavanje ili umnožavanje nije dozvoljeno.

SADRŽAJ

UVOD	1
1 OSNOVNI KONCEPTI U REŠAVANJU KONTAKTNIH PROBLEMA	7
1.1 Varijacioni principi	7
1.1.1 Lagranževovi množiaci	11
1.1.2 Penalti faktor	13
1.2 Ravanski i osnosimetrični kontakt - metod Lagranževovih množiaci	16
1.3 Trodimenzioni kontakt - metod Lagranževovih množiaci	23
1.4 Kontaktne probleme - penalti formulacija	25
1.5 Mešovita formulacija kontaktnih problema	31
1.6 Ilustracija primena penalti faktora i Lagranževovog množiaci	32
2 DVODIMENZIONNI KONTAKT	35
2.1 Kinematika kontaktne linije 2-D kontakta	35
2.2 Kontaktne konačne elemente	38
2.3 Potencijal kontaktnih sila diskretizovanih kontaktnih površi	40
Kontakt bez klizanja	45
Oslobođen kontakt	47
Kontakt sa klizanjem	47
2.4 Matrica koeficijenata i vektori 2-D kontaktnih konačnih elemenata	49
Kontakt bez klizanja	50
Oslobođen kontakt	52
Kontakt sa klizanjem	53
2.5 Logika za određivanje statusa kontakta	55
2.6 2-D kontaktne konačne elemente sa više čvorova	57
Potencijal za kontakt bez klizanja	58
Potencijal za kontakt sa klizanjem	59
Matrice elementa za kontakt bez klizanja	59
Matrice elementa za kontakt sa klizanjem	60
3 TRODIMENZIONNI KONTAKT	63
3.1 Geometrija 3-D kontakta	63
3.2 Matrica koeficijenata i vektori 3-D kontaktnih konačnih elemenata	72
Kontakt bez klizanja	72
Kontakt sa klizanjem	73
3.3 Određivanje statusa 3-D kontakta	74

4 KONTAKTNI ALGORITMI NA NIVOU SISTEMA KONAČNIH ELEMENATA	77
4.1 Vremenska integracija	77
Statička inkrementalna analiza	78
Eksplicitna vremenska integracija dinamičkih jednačina	78
Implicitna vremenska integracija dinamičkih jednačina	80
4.2 Iterativno rešavanje ravnotežnih jednačina	81
4.3 Raspoređivanje matrica kontaktnih elemenata u matrice sistema	83
4.4 Metod linijskog pretraživanja u kontaktnim problemima	85
4.5 Kriterijumi konvergencije za kontaktne probleme	88
Kriterijum pomeranja	88
Kriterijum neuravnoteženih sila	89
Energetski kriterijum konvergencije	90
4.6 Izbor parametara pri rešavanju kontaktnih problema	91
5 KORIGOVANA VREMENSKA INTEGRACIJA ZA 2D I 3D KONTAKTNE PROBLEME	93
5.1 Uvod	93
5.2 Sudar tela sa direktnim kontaktom čvorova	94
Kontakt bez klizanja	95
Kontakt sa klizanjem	96
5.3 Razdvajanje tela sa direktnim kontaktom čvorova	97
5.4 Sudar i razdvajanje opštih 3-D sistema bez klizanja	98
Korigovanje brzina	99
Korigovanje ubrzanja	102
5.5 Sudar i razdvajanje opštih 3-D sistema sa klizanjem	104
Korigovanje brzina	104
Korigovanje ubrzanja	105
5.6 Osvrt na razvijeni postupak korigovanja dinamičkih veličina	106
6 MATERIJALNA NELINEARNOST U KONTAKTNIM PROBLEMIMA	109
6.1 Uvod	109
6.2 Mesto i odnos integracije napona i određivanja kontaktnih veličina	110
6.3 Metod osnovnog parametra	113
6.4 Ortotropna elastoplastičnost	116
Definicija materijalnog modela	116
Implicitna integracija napona za ortotropan plastičan materijal	120
6.5 Glina. Modifikovani Cam-clay materijalni model	123
Definicija materijalnog modela	123
Implicitna integracija napona za Cam-clay materijalni model	124
6.6 Beton	129
Definicija materijalnog modela	129

Algoritam određivanja elasto-plastičnih napona u betonu bez prslina	133
Postupci za modeliranje prslina u betonu	136
7 PRIMERI REŠENJA	141
Analiza oslanjanja konstrukcije na tlo	141
Analiza plastičnog oblikovanja tanke metalne trake	144
Udar štapa u nedeformabilni zid	146
Sudar dva elastična štapa od različitih materijala	149
Višefazno jednoosno neelastično deformisanje	162
Elastični kontakt blokova pod uticajem savojnih opterećenja	164
Nelinearna analiza spojeva na lučnoj brani sa hidrostatičkim i termičkim opterećenjem	170
Proračun doboša kočnice	193
Analiza Hertz-ovog problema	195
Sabijanje cilindra	197
Analiza zaštitnog kaveza	198
8 ZAKLJUČAK	201
LITERATURA	205

PREDGOVOR

Ova knjiga je rezultat višegodišnjeg istraživanja i rada u oblasti mehanike i kompjuterskih proračuna. Sadržaj ove knjige i način izlaganja pokazuju da ona nije isključivo namenjena istraživačima i stručnjacima iz oblasti računске mehanike i onima koji se bave razvojem metoda i softvera, već njen sadržaj vrlo efikasno mogu iskoristiti i studenti diplomskih i posle diplomskih studija na Mašinskom fakultetu u Kragujevcu.

Problematika koja se generalno odnosi na numeričko rešavanje kontaktnih problema metodom konačnih elemenata, izložena je u 7 poglavlja u kojima su detaljni izloženi opisi teorije i postupaka za primenu u inženjerskoj praksi. Počev od uvodnih razmatranja, definicija i teorijske osnove postupaka za rešavanje kontaktnih problema uz primenu Kulonovog zakona trenja, sledi detaljan opis 2-D i 3-D kontaktnih elemenata, zatim vremenska integracija, postupci iterativnog rešavanja kontaktnih (nelinearnih) problema i kontrole konvergencije. Posebno je opisan postupak dopunske korekcije brzina i ubrzanja sa ciljem da se obezbedi njihova kompatibilnost u zoni kontakta. Opisani su i neki karakteristični materijalni modeli i prikazana je primenljivost razvijenih postupaka kroz niz realnih i verifikacionih problema - primera.

Zahvaljujem se recenzentima, prof. Dr Radovanu Slavkoviću sa Mašinskog fakulteta u Kragujevcu i Dr Dejanu Divcu iz Instituta za vodoprivredu „Jaroslav Černi” iz Beograda, koji su svojim sugestijama i pomogli da ova knjiga bude završena i publikovana.

Svestan da ovakav posao ne može da se uradi bez velike podrške, pomoći i uticaja kolega sa kojima sam na raznim poslovima tokom dužeg niza godina sarađivao, koristim ovu priliku da im se najsrdačnije zahvalim. Prvenstveno, zahvalnost dugujem Dr Ing. Milošu Kojiću, redovnom profesoru Mašinskog fakulteta u Kragujevcu, u čijem istraživačkom timu sam radio od studentskih dana. Zahvalnost osećam prema svim članovima Laboratorije za inženjerski softver Mašinskog fakulteta, a posebno bih pomenuo prof. Miroslava Živkovića i Mr Snežanu Vulović koji su najzaslužniji za dalje istraživanje u oblasti koja je predmet ove knjige. Svim kolegama iz Centra za informacione tehnologije Mašinskog fakulteta u Kragujevcu zahvaljujem se na izvanrednim odnosima stvaralačkog prijateljstva i, naravno, na pomoći u konačnom uređenju materijala koji je pred čitaocima.

U Kragujevcu 2005.

Nenad A. Grujović

CIP- Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

622.0.09(075.8)

ГРУЈОВИЋ, Ненад А.

Numeričko rešavanje kontaktnih
problema / Nenad A. Grujović.
- Kragujevac : Mašinski fakultet,
2006 (Kragujevac : Skver). - V,
219 str. : graf. prikazi ; 24 cm

Tiraž 100. - Bibliografija: str. 205-219.
- Registar.

ISBN: 86 - 80581 - 58 - 5

а) Центар за информационе технологије
COBISS.SR - ID 135023789



Tempus



Education and Culture



Centar za informacione tehnologije
Mašinski fakultet
Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac
Tel./Fax: +381 34 304 710
<http://cit.mfkg.kg.ac.yu/>